11.5.2016

5. Übung zur Vorlesung Mathematik für Lehramtsstudierende II

Dr. Sandra Kliem, Dr. Holger Deppe

Aufgabe 1. (10 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = 6xy^2 - 2x^3 - 3y^4$. Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f und skizzieren Sie den Graphen von f.

Aufgabe 2. (10 Punkte)
Sei
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad (r, \theta, \phi) \mapsto (r \sin\theta \cos\phi, r \sin\theta \sin\phi, r \cos\theta).$$
In welchen Punkten $a \in \mathbb{R}^3$ ist f ein lokaler Diffeomorphismus?
Tipp: Nutzen Sie die Lösung von der 3. Übung, Aufgabe 5.

Aufgabe 3. (10 Punkte)
Sei E die Ellipse, die gegeben ist durch den Schnitt der Ebene $x + 2y + 3z = 45$ mit dem Paraboloid $z = 2x^2 + y^2$. Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x, y, z) = z$ auf E.

Aufgabe 4. (10 Punkte)
Berechnen Sie
$$\int_{-2}^{2} \int_{0}^{2} y e^{x^2 y^2} dx \, dy.$$

Aufgabe 5. (10 Bonuspunkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = 4x^2 - 3xy$. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema von f auf $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.
Tipp: Bestimmen Sie einerseits die lokalen Extrema im Inneren der Menge und andererseits die lokalen Extrema auf dem Rand, d.h. die Extrema von f unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$.

(Die Bonusaufgabe wird in den Übungen nicht besprochen.)

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer deutlich erkennbar auf Ihre Lösung und tackern Sie diese!
Beweisen Sie alle Ihre Behauptungen und führen Sie Berechnungen explizit aus!
Abgabe: Bis Mittwoch, den **25.**5.2016, um 15 Uhr in das entsprechende Fach im Studierendenarbeitsraum (MI, Raum 301). Es sind nur handschriftliche Einzelabgaben zugelassen.