8.6.2016

8. Übung zur Vorlesung Mathematik für Lehramtsstudierende II

Dr. Sandra Kliem, Dr. Holger Deppe

Aufgabe 1. (10 Punkte)
Sei $M := Z \cap E$ der Durchschnitt des Zylinders $Z := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 \leq 1\}$ mit der Ebene $E := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x+2y+1 = z\}$. Skizzieren Sie M, bestimmen Sie eine Parametrisierung von M, und berechnen Sie mithilfe dieser den Flächeninhalt von M.

Aufgabe 2. (10 Punkte)
Sei $r > 0$ und sei $M := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 = r^2\}$ die Oberfläche der Kugel vom Radius r. Geben Sie eine Parametrisierung $\Phi : \tilde{V} \to \tilde{U} \subset M$ an, so dass die Menge $M \setminus \tilde{U}$ anschaulich „Flächeninhalt 0“ hat, und bestimmen Sie damit $\mathrm{Vol}_2(M) := \mathrm{Vol}_2(\tilde{U})$.

Aufgabe 3. (10 Punkte)
Sei $E := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{9} \leq 1\}$ und sei $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$v(x,y,z) := (3x^2z, y^2 - 2x, z^3).$$

Sei n das äußere Einheitsnormalenfeld von ∂E. Berechnen Sie das Integral $\int_{\partial E} \langle v, n\rangle dS(x,y,z)$.

Aufgabe 4. (10 Punkte)
Sei $M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2x \leq 0\}$ mit der Standardorientierung des $\mathbb{R}^2$; der Rand ∂M trage die induzierte Orientierung. Berechnen Sie

$$\int_{\partial M} (2x\;dy - y\;dx)$$

auf zwei Arten: einmal mit und einmal ohne Verwendung eines Integralsatzes aus der Vorlesung. (Bei der zweiten Art können Sie einen einzelnen Punkt („Nullmenge“) bei der Parametrisierung des Randes ignorieren.)

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer deutlich erkennbar auf Ihre Lösung und tackern Sie diese!
Beweisen Sie alle Ihre Behauptungen und führen Sie Berechnungen explizit aus!
Abgabe: Bis Mittwoch, den 15.6.2016, um 15 Uhr in das entsprechende Fach im Studierendenarbeitsraum (MI, Raum 301). Es sind nur handschriftliche Einzelabgaben zugelassen.