

11. Übung zur Mathematik I für Biologen und Chemiker

Allgemeine Hinweise:

- Abgabe der Übung: am 18.01.2017 direkt nach der Vorlesung.
- Besprechung der Übung am 25. bzw 26. Januar in den Übungen.
- Die Abgabe muss auf oben links zusammengetackerten DIN A4-Blättern erfolgen.
- Auf Ihrer Abgabe muss deutlich lesbar auf der obersten Seite Ihr Name und Ihre Übungsgruppennummer stehen.
- Die Aufgaben sind so zu bearbeiten, dass der Lösungsweg, die benutzten Formeln und die Rechnungen nachvollziehbar sind. Auch für Lösungen mit richtigen Ansätzen können Teilpunkte vergeben werden; eine Lösung ohne Rechenweg wird mit 0 Punkten bewertet.
- Weitere Informationen zu den Übungen finden Sie unter <http://www.mi.uni-koeln.de:8912>

Aufgabe 1. (7 Punkte, schriftlich) - Steigung von Funktionen -

Zeichnen Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x - 2)$ in ein Koordinatensystem und skizzieren Sie (ohne Rechnung) den Verlauf der ersten, zweiten und dritten Ableitung dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem. Begründen Sie Ihre Zeichnung.

Aufgabe 2. (5 Punkte, schriftlich) - Extrempunkte -

Bestimmen Sie die kritischen Punkte der folgenden Funktion. Handelt es sich um lokale Maxima oder Minima?

$$f(x) := \exp(x^2 - x + 2)$$

Aufgabe 3. (10 Punkte, schriftlich) - Regel von l'Hospital -

Verifizieren Sie, dass bei den folgenden Grenzwerten die Regel von de l'Hospital anwendbar ist und berechnen Sie anschließend den jeweiligen Grenzwert mit Hilfe dieser Regel.

$$(i) \text{ (4 Punkte) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin(x)} \qquad (ii) \text{ (6 Punkte) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(\pi x))}{\ln(\cos(x))}$$

Hinweis: Bei (ii) müssen Sie die Regel von l'Hospital möglicherweise mehrmals anwenden.

Aufgabe 4. (8 Punkte, schriftlich) - Ungleichung mit Exponentialfunktion -

- (i) (5 Punkte) Für welche x gilt die Ungleichung $e^{-(x-2)^2} \leq \frac{1}{2}$.
- (ii) (3 Punkte) Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = e^{-(x-2)^2}$ und illustrieren Sie Ihr Ergebnis aus Teil (i).

Aufgabe 5. (mündlich) - Globale Extremstellen -

Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$, die auf dem offenen Intervall $(-1, 4)$ differenzierbar ist.

- (i) Erläutern Sie, inwiefern man mit Hilfe der Differentialrechnung lokale Extremstellen nur auf einem offenen Intervall finden kann.
- (ii) Berechnen Sie die globalen Extremstellen der Funktion f .