

## 12. Übung zur Mathematik I für Biologen und Chemiker

Allgemeine Hinweise:

- Abgabe der Übung: am 25.01.2017 direkt nach der Vorlesung.
- Besprechung der Übung am 2. bzw 3. Februar in den Übungen.
- Die Abgabe muss auf oben links zusammengetackerten DIN A4-Blättern erfolgen.
- Auf Ihrer Abgabe muss deutlich lesbar auf der obersten Seite Ihr Name und Ihre Übungsgruppennummer stehen.
- Die Aufgaben sind so zu bearbeiten, dass der Lösungsweg, die benutzten Formeln und die Rechnungen nachvollziehbar sind. Auch für Lösungen mit richtigen Ansätzen können Teilpunkte vergeben werden; eine Lösung ohne Rechenweg wird mit 0 Punkten bewertet.
- Weitere Informationen zu den Übungen finden Sie unter <http://www.mi.uni-koeln.de:8912>

### Aufgabe 1. (4 Punkte, schriftlich) - Integralrechnung -

Berechnen Sie die nachfolgenden Integrale.

(i) (2 Punkte)  $\int_1^2 4x^3 - 6x^2 + 2x - 1 dx$

(ii) (2 Punkte)  $\int_0^{\pi} \cos(x) dx$

### Aufgabe 2. (6 Punkte, schriftlich) - Integration mittels Substitution -

Bestimmen Sie mit Hilfe der angegebenen Substitutionen die nachfolgenden Integrale.

(i) (3 Punkte)  $\int_0^1 \frac{4x}{(2x^2 + 2)^2} dx$  (Substituieren Sie  $u(x) = 2x^2 + 2$ ).

(ii) (3 Punkte)  $\int \frac{\exp(x)}{(1 + \exp(x))^2} dx$  (Substituieren Sie  $u(x) = 1 + \exp(x)$ ).

### Aufgabe 3. (12 Punkte, schriftlich) - partielle Integration -

Bestimmen Sie mit Hilfe partieller Integration eine Stammfunktion zu folgenden Ausdrücken.

(i) (3 Punkte)  $\int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$

(ii) (3 Punkte)  $\int \sin(x)\cos(x) dx$

(iii) (3 Punkte)  $\int x^\alpha \ln(x) dx, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$

(iv) (3 Punkte)  $\int x^2 \sin(x) dx$

**Aufgabe 4. (8 Punkte, schriftlich) - Flächenberechnung -**

- (i) (4 Punkte) Bestimmen Sie eine zur  $x$ -Achse parallele Gerade  $g(x)$ , die mit dem quadratischen Polynom  $f(x) = (x - 2)^2$  eine Fläche mit dem Flächeninhalt 4 einschließt.
- (ii) (4 Punkte) Gegeben seien die Funktionen  $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$  und  $g(x) = -x^2 - 2x + 8$ . Bestimmen Sie die Fläche, die von den Funktionen eingeschlossen wird.

**Aufgabe 5. (mündlich) - absoluter Flächeninhalt -**

Berechnen Sie  $\int_{-4}^2 3x + 4 dx$ . Wie wird dabei die Fläche unterhalb der  $x$ -Achse berücksichtigt? Was ist zu tun, wenn man den Flächeninhalt zwischen der  $x$ -Achse und dem Graphen der Funktion  $f(x) = 3x + 4$  zwischen  $-4$  und  $2$  bestimmen möchte? Berechnen Sie diesen.