

13. Übung zur Mathematik I für Biologen und Chemiker

Allgemeine Hinweise:

- Abgabe der Übung: am 1.2.2017 direkt nach der Vorlesung.
- Besprechung der Übung am 9. bzw. 10. Februar in den Übungen.
- Die Abgabe muss auf oben links zusammengetackerten DIN A4-Blättern erfolgen.
- Auf Ihrer Abgabe muss deutlich lesbar auf der obersten Seite Ihr Name und Ihre Übungsgruppennummer stehen.
- Die Aufgaben sind so zu bearbeiten, dass der Lösungsweg, die benutzten Formeln und die Rechnungen nachvollziehbar sind. Auch für Lösungen mit richtigen Ansätzen können Teilpunkte vergeben werden; eine Lösung ohne Rechenweg wird mit 0 Punkten bewertet.
- Weitere Informationen zu den Übungen finden Sie unter <http://www.mi.uni-koeln.de:8912>

Aufgabe 1. (7 Punkte, schriftlich) - uneigentliche Integrale -

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale

(i) (2 Punkte) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$

(ii) (2 Punkte) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^3} dx$

Bestimmen Sie für welche $p \in \mathbb{R}$ das folgende uneigentliche Integral einen endlichen Wert hat.

(iii) (3 Punkte) $\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx$

Aufgabe 2. (11 Punkte, schriftlich) - Lösen von Differentialgleichungen I -

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen durch geeignete Ansätze

(i) (2 Punkte) $f''(x) = -f(x)$

(ii) (2 Punkte) $f'''(x) = f'(x)$

Bestimmen Sie nun die allgemeine Lösung der Differentialgleichung in (i) indem Sie

- (iii) (3 Punkte) die Gleichung mit $f'(x)$ multiplizieren und durch Integration das Problem auf eine Differentialgleichung erster Ordnung zurückführen. Lösen Sie diese. (Hinweis: Beim Lösen der Gleichung erster Ordnung müssen Sie zwei Fälle unterscheiden. Wie lauten die Ableitungen der Funktionen $\arccos(x)$ und $\arcsin(x)$?)

Zeigen Sie:

(iii) (3 Punkte) Die Funktion $u(x) = \frac{(x-1)}{x^2+5}$ löst die Differentialgleichung $u'(x) = -u^2(x) + \frac{6}{(x^2+5)^2}$.

Aufgabe 3. (12 Punkte, schriftlich) - Lösen von Differentialgleichungen II -

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen mit Hilfe der Trennung der Variablen.

(i) (4 Punkte) $y'(t) = 4ty^2(t)$

(ii) (4 Punkte) $y'(t) = -3y(t) + 6$

Hier kann eine Substitution der Form $u(t) = y(t) - b/a$ hilfreich sein.

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung mit Hilfe der Variation der Konstanten.

(iii) (4 Punkte) $y'(t) + 3y(t) = \exp(-t)$

Aufgabe 4. (mündlich) - Lösen von Differentialgleichungen III -

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen.

(i) $f'(x) - (x+2) \cdot f(x) = 0$,

(ii) $y'(x) + \cos(x) \cdot y(x) = 0$,

(iii) $x'(t) - 2tx(t) + 6t = 0$,

(iv) $x'(y) = \exp(x(y)) \cdot \sin(y)$.