MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
apl. Prof. Dr. D. Horstmann
Dr. C. Lange

Wintersemester 2016/2017
30. November 2016

7. Übung zur Mathematik I für Biologen und Chemiker

Allgemeine Hinweise:

- Abgabe der Übung: am 7.12.2016 direkt nach der Vorlesung.
- Besprechung der Übung am 15. bzw. 16.12.2016 in den Übungen.
- Die Abgabe muss auf oben links zusammengetackerten DIN A4-Blättern erfolgen.
- Auf Ihrer Abgabe muss deutlich lesbar auf der obersten Seite Ihr Name und Ihre Übungsgruppennummer stehen.
- Die Aufgaben sind so zu bearbeiten, dass der Lösungsweg, die benutzten Formeln und die Rechnungen nachvollziehbar sind. Auch für Lösungen mit richtigen Ansätzen können Teilpunkte vergeben werden; eine Lösung ohne Rechenweg wird mit 0 Punkten bewertet.
- Weitere Informationen zu den Übungen finden Sie unter http://www.mi.uni-koeln.de:8912

Aufgabe 1. (10 Punkte, schriftlich) - Inverse Matrix -

Gegeben seien die beiden folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Es sei $C = A \cdot B$ und I die 3×3 Einheitsmatrix. Bestimmen Sie, falls möglich, die Inverse Matrix zu A, B, $A - I$, C und C^T (je 2 Punkte).

Aufgabe 2. (10 Punkte, schriftlich) - Lineare Gleichungssysteme und inverse Matrix I -

Durch Zufuhr von Wasserdampf (H_2O) und Energie lässt sich Methan (CH_4) in Wasserstoff H_2 und Kohlenmonoxid (CO) aufspalten. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem für diese Reaktion auf, schreiben Sie es in der Form $Ax = b$ und lösen Sie dieses Gleichungssystem, indem Sie die Inverse der Koeffizientenmatrix A berechnen.

Aufgabe 3. (10 Punkte, schriftlich) - Eigenwerte und Eigenvektoren -

Berechnen Sie jeweils die Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenvektoren der nachfolgenden Matrizen.

(i) (4 Punkte) $A = \begin{pmatrix} 13 & -24 \\ 8 & -15 \end{pmatrix}$

(ii) (6 Punkte) $B = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4. (mündlich) - Lineare Gleichungssysteme und inverse Matrix II -

Berechnen Sie die Lösungen des nachfolgenden Gleichungssystems, indem Sie die Inverse der Matrizen berechnen und bei der Ermittlung der Lösung verwenden:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5. (mündlich) - Determinaten -

Gegeben seien zwei $n \times n$ Matrizen A und B. Beweisen Sie im Fall $n = 2$ die folgende Gleichung.

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$$

Bemerkung: Die Gleichung gilt für alle n.

Bestimmen Sie nun die Determinanten der Matrizen A, B und C aus Aufgabe 1.