

8. Übung zur Mathematik I für Biologen und Chemiker

Allgemeine Hinweise:

- Abgabe der Übung: am 14.12.2016 direkt nach der Vorlesung.
- Besprechung der Übung am 22.12 in den Übungen. Für Studierende aus den freitags Übungsgruppen findet am 22.12 von 15:45 bis 17:15 eine Globalübung im Kurt-Alder Hörsaal statt.
- Die Abgabe muss auf oben links zusammengetackerten DIN A4-Blättern erfolgen.
- Auf Ihrer Abgabe muss deutlich lesbar auf der obersten Seite Ihr Name und Ihre Übungsgruppennummer stehen.
- Die Aufgaben sind so zu bearbeiten, dass der Lösungsweg, die benutzten Formeln und die Rechnungen nachvollziehbar sind. Auch für Lösungen mit richtigen Ansätzen können Teilpunkte vergeben werden; eine Lösung ohne Rechenweg wird mit 0 Punkten bewertet.
- Weitere Informationen zu den Übungen finden Sie unter <http://www.mi.uni-koeln.de:8912>

Aufgabe 1. (10 Punkte, schriftlich) - komplexe Zahlen -

Bringen Sie die nachfolgenden Ausdrücke in die Form $z = a + ib$, $z \in \mathbb{C}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| (i) (1 Punkt) $(3 + 2i) + (-14 + i)$ | (iv) (2 Punkte) $(-1 + 2i)^2$ |
| (ii) (2 Punkte) $(1 + 2i) : (1 + i)$ | (v) (2 Punkte) $\overline{(-1 + 3i)(8 - 2i)}$ |
| (iii) (2 Punkte) $(-2 - i)(5 - 4i)$ | (vi) (1 Punkt) $ 3 - 4i $ |

Aufgabe 2. (10 Punkte, schriftlich) - Lineare Funktionen I -

Die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der Mensa trinken gerne Kaffee der Marke 'Bernoullis Mokka'. Eine Vorratsdose dieser Sorte enthält 2,1 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.

- (i) (3 Punkte) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
- (ii) (2 Punkte) Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
- (iii) (2 Punkte) Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 700 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
- (iv) (3 Punkte) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

Aufgabe 3. (10 Punkte, schriftlich) - lineare Regression -

Nachfolgend ist die Menge freier Chlorreste in ppm in Schwimmbecken als Funktion der Zeit (in Stunden) nach der Behandlung mit Chemikalien angegeben.

Zeit	2	4	6	8	10	12
Menge	1.7	1.5	1.2	1.0	1.0	0.8

- (i) (8 Punkte) Bestimmen Sie die lineare Regressionsgerade zu obigen Werten. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor.
- (i.1) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Zeit.
 - (i.2) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Menge an freien Chlorresten.
 - (i.3) Berechnen Sie die Varianz der Zeit.
 - (i.4) Berechnen Sie die Kovarianz.
 - (i.5) Geben Sie die allgemeine Formel für die Regressionsgerade an.
 - (i.6) Geben Sie die Regressionsgerade zu obigen Werten an.
- (ii) (2 Punkte) Berechnen Sie nun den Wert der Gleichung zum Zeitpunkt 7.

Aufgabe 4. (mündlich) - komplexe Lösungen -

Ermitteln Sie die komplexen Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5. (mündlich) - Lineare Funktionen II -

Zeigen Sie: Eine Gerade g durch $P_1 = (\sqrt{k}, k)$ und $P_2 = (1, 1)$ besitzt die Steigung $m = \sqrt{k} + 1$ und schneidet die y -Achse bei $P_3 = (0, -\sqrt{k})$.