

2. Übung zur Mathematik I für Biologie und Chemie

Abgabe der bepunkteten Aufgaben am **Mittwoch den 25. 10. 2017 nach der Vorlesung**. Die abgegebenen Blätter **zusammentackern** und alle mit **Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppennummer** versehen.

Aufgabe 1 (Varianz, 20 Punkte):

Die folgende Tabelle gibt den Notenspiegel der drei Klassen der Jahrgangsstufe 9 einer Kölner Schule in einer Vergleichsarbeit wieder.

	1	2	3	4	5	6
9a	4	4	8	6	3	0
9b	2	6	7	10	0	0
9c	8	0	4	0	5	2

- (i) (6 Punkte) Berechnen Sie für jede Klasse den Notendurchschnitt und den Median.
- (ii) (4 Punkte) Berechnen Sie die Varianz der Noten der Klasse 9a mit Hilfe der Definition der Varianz.
- (iii) (4 Punkte) Berechnen Sie die Varianz der Noten der Klasse 9b mit Hilfe des „Verschiebungssatzes“.
- (iv) (4 Punkte) Berechnen Sie die Standardabweichung der Noten für die Klasse 9c.
- (v) (2 Punkte) Geben Sie in eigenen Worten wieder, was die Varianz einer Messreihe im Allgemeinen und für die Noten der vorliegenden Klassen im Speziellen ausdrückt.

Aufgabe 2 (Produktzeichen, mündlich):

- (i) Berechnen Sie folgende Produkte

$$(a) \prod_{m=1}^4 (2m - 1)$$

$$(b) \prod_{i=10}^{99} \frac{i}{i+1}$$

$$(c) \prod_{k=1}^{10} (-a)^k$$

- (ii) Schreiben Sie mit Hilfe des Produktzeichens

$$(a) 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128$$

$$(b) (2n)!, \text{ wobei } n \text{ eine beliebige natürliche Zahl ist.}$$

Aufgabe 3 (Catalan-Zahlen, 10 Punkte):

Sei n eine natürliche Zahl. Die n -te *Catalan-Zahl* ist definiert als

$$C_n := \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}.$$

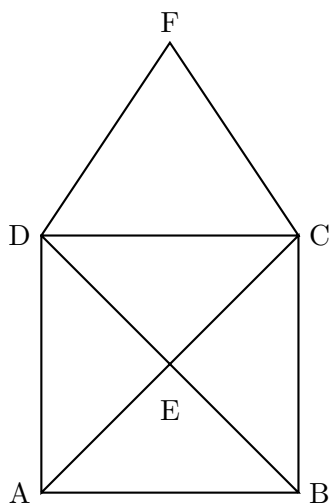
Das Zeichen „:=“ drückt hierbei aus, dass das Objekt auf der linken Seite (also C_n) durch den Ausdruck auf der rechten Seite (also $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$) definiert wird.

Zeigen Sie die folgende Identität: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

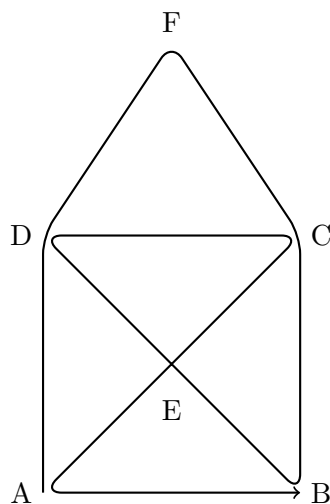
$$C_n = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1}.$$

Aufgabe 4 (indirekter Beweis, mündlich):

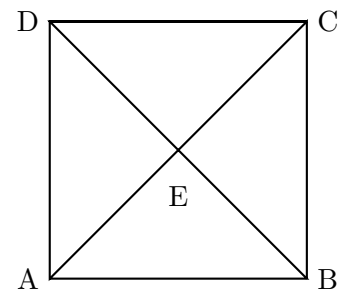
Bekanntlich kann man das sogenannte „Nikolaushäuschen“ mit dem Stift ohne abzusetzen und ohne irgendeine der Linien doppelt zu durchlaufen, zeichnen. Eine Möglichkeit wäre der Zeichnungsweg A D F C B E D C E A B (siehe Skizze).



Nikolaushäuschen



Gezeichnet ohne abzusetzen



Nikolaushäuschen ohne Dach

Zeigen Sie mit Hilfe eines Widerspruchsbeweises, dass man das „Nikolaushäuschen ohne Dach“ *nicht* auf die oben beschriebene Weise (ohne abzusetzen oder eine der Linien doppelt zu durchlaufen) zeichnen kann.

Hinweis: Untersuchen Sie, in welchen Kreuzungspunkten A, B, C, D, E (und mit Dach F) eine gerade und welchen eine ungerade Anzahl von Linien zusammenläuft.