9. Übung zur Vorlesung
"Mathematik I für Studierende der Biologie und der Chemie"

Abgabe der bepunkteten Aufgaben am Mittwoch den 13.12.2017 nach der Vorlesung. Bitte tackern Sie die abzugebenden Übungsblätter zusammen und schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer der Übungsgruppe auf die Blätter.

Wichtiger Hinweis für die Studierenden der Chemie: Da es Missverständnisse bzgl. der in der Prüfungsordnung für den Bachelorstudiengang Chemie gewählten Formulierung "Erfolgreiche Teilnahme an den Übungen zu Teil I und II" gab, werden in Absprache mit dem Dozenten der Vorlesung "Mathematik II für Studierende der Chemie" und dem Bachelor-Prüfungsamt der Chemie als erfolgreiche Teilnahme an den Übungen in diesem Semester 30% der Punkte ab der 9. Übung und im Sommersemester 2018 30% der zu erreichenden Übungspunkte im ganzen Sommersemester als Maß für eine erfolgreiche Teilnahme an den Übungen festgesetzt.

1. **Aufgabe (schriftlich):** Nachfolgend ist die Menge freier Chlorreste in ppm in Schwimmbecken als Funktion der Zeit (in Stunden) nach der Behandlung mit Chemikalien angegeben:

Zeit	2	4	6	8	10	12
Menge	1.8	1.5	1.4	1.1	1.1	0.9

Bestimmen Sie die lineare Regressionsgerade zu diesen Werten. Berechnen Sie hierfür zunächst:

(a) das arithmetische Mittel der Zeit

(b) das arithmetische Mittel der Menge an freien Chlorresten,

(c) die Varianz der Zeit,

(d) die Kovarianz.

Geben Sie dann zunächst die Formel für die Regressionsgerade und letztendlich die Gleichung der berechneten Regressionsgeraden selbst an. Berechnen Sie den Wert der Gleichung zum Zeitpunkt 7.

Bemerkung: Dies ist eine alte Klausuraufgabe!

10 Punkte

2. **Aufgabe (schriftlich):** Um die Wasserqualität von 24 Flüssen zu bestimmen, wurden unter anderem die Fließgeschwindigkeit V und die Sauerstoffkonzentration S des Wassers der Flüsse gemessen. Hierbei erhielt man die Werte der nachfolgenden Tabelle:

V	0.90	0.91	0.60	0.20	0.40	0.29	0.30	0.54	0.71
S	13.3	7.3	7.6	2.7	5.0	3.3	4.5	9.2	9.7

Für den Zusammenhang der Fließgeschwindigkeit und der Sauerstoffkonzentration wird ein linearer Zusammenhang vermutet. Bestimmen Sie eine Funktion, die diesen Zusammenhang anhand der vorliegenden Messwerte modelliert, wobei Sie bei Ihren Rechnungen gegebenenfalls auf drei Nachkommastellen runden.

10 Punkte

3. **Aufgabe (mündlich):** Geben Sie jeweils an, ob die aufgeführten Folgen konvergieren (wenn ja, wogegen?) oder divergieren und begründen Sie gegebenenfalls mit Hilfe der Konvergenzrechenregeln aus der Vorlesung.

   (a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{n^3+2n^2-4n+6}{n^3+2n^2-9}$,

   (b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{4n^4-n^2-7}{-3n^3-4n}$.

   (c) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{-3n^2-2n+8}{3n^5-2n^2+3n}$.

   (d) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \sqrt{n-2} - \sqrt{n}$.
   Tipp: Erweitern Sie jedes der a_n mit $\sqrt{n-2} + \sqrt{n}$.

   (e) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := n^n - (-n)^n$.

   (f) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{3n(-1)^n}{n^2+n}$.
   Tipp: Konvergiert die Folge $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$? Wenn ja, wogegen?

4. **Aufgabe (mündlich):** Es seien die folgenden Funktionen gegeben:

   (a) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ x \longmapsto \frac{1}{4}x^3 - 7$,

(b) $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ x \longmapsto \begin{cases} x^2, & \text{für } x < 0, \\ x^3, & \text{für } x \geq 0, \end{cases}$

(c) $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ x \longmapsto \begin{cases} x^2, & \text{für } x < 0, \\ x^3 + 2, & \text{für } x \geq 0. \end{cases}$

Prüfen Sie mit dem Kriterium aus der Vorlesung, ob die Funktionen jeweils stetig im Punkt $x_0 = 0$ sind. Geben Sie hierzu das Kriterium zunächst explizit an!