

**10. Übung zur Vorlesung**  
**“Mathematik I für Studierende der Biologie und der Chemie”**

Abgabe der bepunkteten Aufgaben am Mittwoch den 20.12.2017 nach der Vorlesung. Bitte tackern Sie die abzugebenden Übungsblätter zusammen und schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer der Übungsgruppe auf die Blätter.

- 1. Aufgabe (schriftlich):** Die Population eines wilden Nerzes in einem Flußsystem erhöht sich in 9 Jahren von 2300 auf 4500.
- (a) Geben Sie die Population zum Zeitpunkt  $t$  als eine Funktion  $N(t)$  an, wobei die Funktion die Gestalt  $N(t) = N_0 \cdot \exp(\lambda \cdot t)$  habe.
  - (b) Wie groß war die Population am Ende des ersten Jahres?
  - (c) Wie lange dauert es, bis die Population sich verdoppelt hat?

Hinweis: Rechnen Sie gegebenenfalls bitte mit einer Genauigkeit von drei Nachkommastellen.

**5 Punkte**

- 2. Aufgabe (schriftlich):** Es bezeichne  $y(t)$  die Menge einer Substanz, die radioaktiv zerfällt. Es gilt das nachfolgende Gesetz des radioaktiven Zerfalls:

$$y(t) = y(0) 2^{-t/T}.$$

Hierbei bezeichne  $t$  wie üblich die Zeit und  $T$  die Halbwertszeit der Substanz, also die Zeit, in der die Hälfte der Substanz zerfallen ist.

Bei der Ausgrabung einer Steinzeitsiedlung wurden nun einige Holzkohlestückchen sichergestellt. Es stellte sich heraus, dass der  $C^{14}$ -Anteil in dieser Holzkohle nur noch 40% des üblichen Anteils beträgt.

Ermitteln Sie das ungefähre Alter der Siedlung und berücksichtigen Sie bei Ihrer Rechnung, dass die Halbwertszeit von  $C^{14}$  mit 5730 Jahren angegeben ist.

**3 Punkte**

### 3. Aufgabe (schriftlich):

- (a) Warum gilt  $\log_a(b) \log_b(u) = \log_a(u)$ ?
- (b) Lösen Sie mit Hilfe der Rechenregeln für den Logarithmus die Gleichung

$$\log_3(-3x) + 4 \log_9(x+2) = 1.$$

Geben Sie die Lösungsmenge der Gleichung explizit an!

**6 Punkte**

### 4. Aufgabe (schriftlich): Die Reziproktransformation

Die rationalen, bzw. genauer die *gebrochen linearen* Funktionsgleichungen  $y = \frac{ax}{x+b}$  und  $y = \frac{a}{x+b}$  können durch geeignete Transformationen in lineare Funktionen umgewandelt werden. So geht die erste Gleichung durch die Transformation  $y' = 1/y$  und  $x' = 1/x$  in die Funktionsgleichung  $y' = \frac{b}{a}x' + \frac{1}{a}$  über und die zweite Gleichung durch die Transformation  $y' = 1/y$  und  $x' = x$  in die Funktionsgleichung  $y' = \frac{1}{a}x' + \frac{b}{a}$  über.

Zur Beschreibung des Wachstumverlaufs der Weltbevölkerung wurde die Gleichung

$$N = \frac{N_0}{1 - at}$$

vorgeschlagen, in der  $t$  die Zeit in Jahren und  $N$  die Bevölkerungsgröße in Milliarden bedeutet. In der folgenden Tabelle ist die Entwicklung der Weltbevölkerung von 1650 bis 1990 gegeben.

Jahr	1650	1700	1750	1800	1850	1900	1950	1970	1990
Zeit $t$	0	50	100	150	200	250	300	320	340
$N \cdot 10^9$	0.510	0.625	0.710	0.910	1.130	1.6	2.525	3.696	5.318

- (a) Wie lautet die Tabelle für die transformierten Variablen?
- (b) Linearisieren Sie die Gleichung mit Hilfe einer geeigneten Reziproktransformation.
- (c) Bestimmen Sie für die Parameter  $N_0$  und  $a$  Näherungswerte mit Hilfe der Regressionsgeraden.
- (d) Welche Prognosen ergeben sich, wenn man mit der Regressionsfunktion die Weltbevölkerung im Jahre 2025 schätzt?

**16 Punkte**