

11. Übung zur Vorlesung
“Mathematik I für Studierende der Biologie und der Chemie”

Abgabe der bepunkteten Aufgaben am Mittwoch den 10.01.2018 nach der Vorlesung. Bitte tackern Sie die abzugebenden Übungsblätter zusammen und schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer der Übungsgruppe auf die Blätter.

- 1. Aufgabe (schriftlich):** Besitzen die Funktionen, die durch die folgenden Funktionsvorschriften gegeben sind, Nullstellen und wenn ja, welche?

$$(a) f_1(x) = x^2 + \cos^2(-x - 2\pi) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 10,$$

$$(b) f_2(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - \cos^2(x) + \sin^2(x) + 2\ln(2x),$$

$$(c) f_3(x) = -\sin(-3x) - \sin(2x) \cdot \left(-\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \\ - \cos(2x) \sin(x - 18\pi) - 3\cos(x).$$

Tipp: Verwenden Sie zunächst die Rechenregeln für den Sinus und den Cosinus um die Funktionen zu vereinfachen!

5 Punkte

- 2. Aufgabe (schriftlich):** Zeichnen Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x - 3)$ in ein Koordinatensystem und skizzieren Sie (ohne Rechnung) den Verlauf der ersten, zweiten und dritten Ableitung dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem.

6 Punkte

- 3. Aufgabe (schriftlich):** Bestimmen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Ableitungsregeln die Ableitungen der nachfolgenden Funktionen:

$$a) f(x) = -2 \sin(x) \cos(x) \quad b) g(x) = \cot(x) + 2x \quad c) h(x) = 3 (\cos(x))^n$$

$$d) r(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad e) w(x) = xe^{-x^2} \quad f) u(x) = \frac{(x^2+2)(x-1)}{x^2-3}$$

14 Punkte

4. Aufgabe (mündlich): Zeigen Sie, dass die Funktion

$$L(t) = \frac{1}{2 + 5 \exp(-\lambda t)}, \quad \text{mit } \lambda > 0$$

monoton wachsend ist, und dass $L(t) \rightarrow \frac{1}{2}$ für $t \rightarrow \infty$ und $L(t) = \frac{1}{7}$ für $t \rightarrow 0$.

5. Aufgabe: (mündlich) Bestimmen und klassifizieren Sie alle kritischen Punkte der Funktionen:

$$(a) f(x) = -\frac{1}{3}(x^2-9)(x+3), \quad (b) g(x) = -xe^{-x}, \quad (c) u(x) = \frac{2(x+2)}{x^2-3}.$$

Skizzieren Sie den Verlauf der Funktionen anhand Ihrer Ergebnisse und der (unmittelbar ablesbaren) Nullstellen der Funktionen. Achten Sie auf eventuelle Definitionslücken!