

NAME:

AUFGABE 1

Sei $z = \sqrt{300} + 10i$.

1. Zeigen Sie: $|z| = 20$.
2. Zeigen Sie: $\text{Arg}(z) = \frac{1}{6}\pi$.
3. Berechnen Sie $\frac{z^{18}}{400^9}$.

NAME:

AUFGABE 2

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}^+$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

NAME:

AUFGABE 3

Sei $f : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Geben Sie die Epsilon-Delta-Definition an für die Aussage
„ f ist stetig in 5“.

NAME:

AUFGABE 4

Die Folge $\{z_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{C}$ wird definiert durch $z_0 = 1$ und

$$z_{n+1} = \frac{z_n + i}{|z_n|^2 + 1} \text{ für } n \in \mathbb{N}.$$

Es gilt

$$\left| \frac{z_n + i}{|z_n|^2 + 1} \right| \leq \frac{|z_n| + 1}{|z_n|^2 + 1} \leq 2.$$

1. Begründen Sie diese beiden Ungleichungen.
2. Hat diese Folge einen Häufungswert?
3. Nehmen wir an, $z = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n \in \mathbb{C}$ existiert. Berechnen Sie z .

NAME:

AUFGABE 5

1. Für welche $z \in \mathbb{C}$ ist $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} nz^n$ wohldefiniert?

2. Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} nx^n$ differenzierbar?

NAME:

AUFGABE 6

1. Geben Sie die ersten drei Terme der Taylorentwicklung von $\cos(x)$ um $x = 0$ an, die nicht identisch Null sind.

2. Berechnen Sie

$$\lim_{x \downarrow 0} \frac{1 - \cos(\sqrt[4]{x})}{\sqrt{x}}.$$

NAME:

AUFGABE 7

Wir betrachten $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \sin(\arctan(x))$.

1. Hat f ein Extremum? Wenn ja, welches?
2. Hat f eine Asymptote? Wenn ja, welche?

NAME:

AUFGABE 8

Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \max(1, \sqrt{x}).$$

Berechnen Sie

$$\int_0^4 f(x) dx.$$

