| Name: | Aufgabe 1 | |
|---|---|---|

Sei $z = 2\dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$.

(a) Berechnen Sie $\mathrm{Re}(z)$.

(b) Berechnen Sie $|1+i|$, $\left|\sqrt{3}+i\right|$ und $|z|$.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{Arg}(1+i)$, $\mathrm{Arg}(\sqrt{3}+i)$ und $\mathrm{Arg}(z)$.

| Name: | Aufgabe 2 | |
|---|---|---|

Finden Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ von $z^2\,(z^2+2z+2)\,(z^3-2^6) = 0$.

## Name: Aufgabe 3

(a) Beweisen Sie die Ungleichung von Bernoulli:

$$\forall x > -1 \; \forall n \in \mathbb{N}: \; (1+x)^n \geq 1 + nx.$$

(b) Wahr oder unwahr:

$$\forall x \in [-2, -1] \;\; \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}: \; (1+x)^n \geq -1 \geq 1 + 2x \geq 1 + nx \; ?$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

## Name: Aufgabe 4

Wir definieren die Folge $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ durch

$$\begin{cases} a_0 = 1 & \text{und} \\ a_{n+1} = 5\cos(a_n) & \text{für } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

(a) Ist diese Folge beschränkt?

(b) Hat diese Folge einen Häufungswert?

(c) Hat diese Folge eine konvergente Teilfolge?

| Name: | Aufgabe 5 | |
|---|---|---|

Sei $a_n \in \mathbb{C}$.

(a) Was bedeutet $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ hat Konvergenzradius $R \in \mathbb{R}^+$?

(b) Hat jede Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ einen Konvergenzradius $R \in [0, \infty]$?

(c) Welchen Konvergenzradius hat $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n) - n}{3^n} z^n$?

| Name: | Aufgabe 6 | |
|---|---|---|

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion und sei $s \in \mathbb{R}$. Wie definiert man: $f$ *ist differenzierbar in* $s$?

| Name: | Aufgabe 7 | |
|---|---|---|

Sei $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine streng monotone Funktion.

(a) Kreuzen Sie das für solche Funktionen $f$ Zutreffende an:

| | | |
|---|---|---|
| $f$ *stetig* $\Longrightarrow f^{inv}$ *stetig* | wahr: ☐ | unwahr: ☐ |
| $f$ *differenzierbar* $\Longrightarrow f^{inv}$ *differenzierbar* | wahr: ☐ | unwahr: ☐ |

(b) Beweisen oder widerlegen Sie eine dieser beiden Behauptungen.

| Name: | Aufgabe 8 | |
|---|---|---|

(a) Für welche $y \in \mathbb{R}$ gilt $\arctan(\tan(y)) = y$?

(b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\tan(\arctan(x)) = x$?

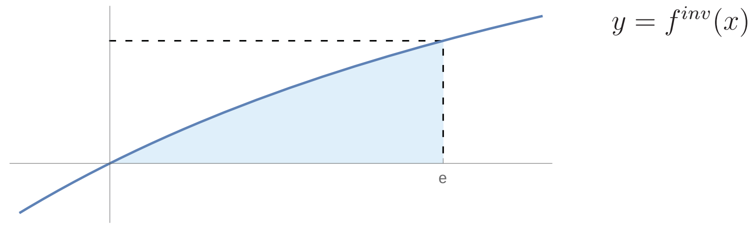
## NAME: AUFGABE 9

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x + e^x - 1$ ist invertierbar. Berechnen Sie:

(a) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$,

(b) $f^{inv}(0)$ und $f^{inv}(e)$,

(c) $\displaystyle\int_0^e f^{inv}(x)\,dx$.




## NAME: AUFGABE 10

Berechnen Sie

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2 - 4} dx.$$