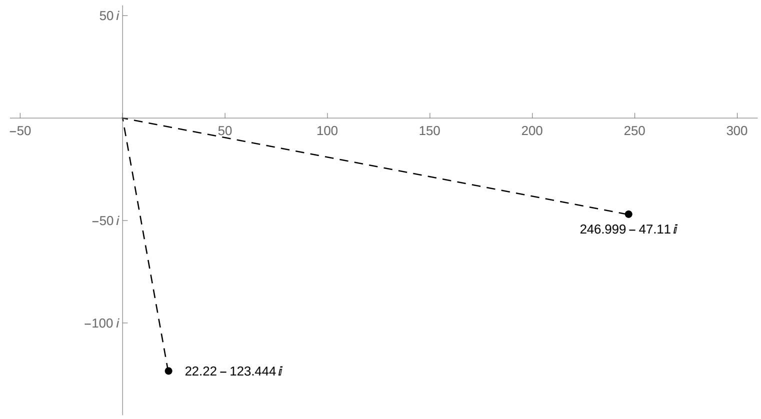
Name: Aufgabe 1

Sei $z = \dfrac{246{,}999 \;-\; 47{,}11\,i}{22{,}22 \;-\; 123{,}444\,i}$.



(i) Beweisen oder widerlegen Sie:

$$|z| > 2.$$

(ii) Beweisen oder widerlegen Sie:

$$\operatorname{Arg}(z) \in (0, \tfrac{1}{2}\pi).$$

(iii) Füllen Sie aus:

$$\operatorname{Arg}(z - \overline{z}) = \boxed{} \quad \text{und} \quad \operatorname{Arg}\left(\frac{1}{z - \overline{z}}\right) = \boxed{}\,.$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

Name: Aufgabe 2

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x + \cos(x) & \text{für } x < \frac{1}{2}\pi, \\ \frac{1}{2}\pi \sin(x) & \text{für } x \geq \frac{1}{2}\pi. \end{cases}$$

(i) Ist f stetig auf $\mathbb{R}$?

(ii) Ist f differenzierbar auf $\mathbb{R}$?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Name:	Aufgabe 3	

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3n}{2n-3} z \right)^n$?

Name:	Aufgabe 4	

Wir betrachten die auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit der Vorschrift $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right)$.

(i) Welche Vorschrift gehört zu der Inversen f^{inv} von f? Wählen Sie aus:

- ☐ $\sin(x)$,
- ☐ $\tan(x)$,
- ☐ $\sinh(x)$,
- ☐ $\tanh(x)$,
- ☐ $\dfrac{\sin(x)}{\sqrt{1+(\sin(x))^2}}$.

Begründen Sie Ihre Antwort.

(ii) Geben Sie auch das Definitionsgebiet von f^{inv} an.

Name:	Aufgabe 5	

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Wahr oder nicht wahr?

(i) Die Funktion f ist stetig auf $\mathbb{R}$.

(ii) Für alle $c \in \mathbb{R}$ gibt es $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < c < b$ und derart, dass

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c).$$

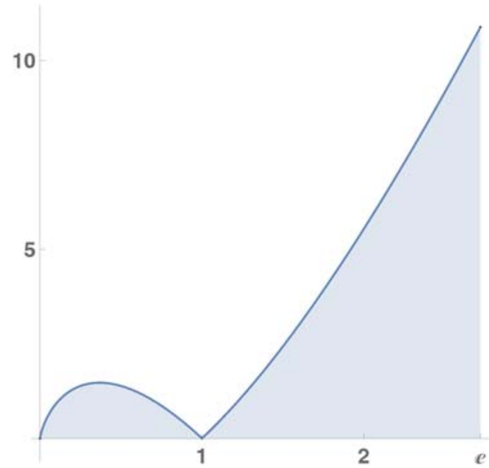
Begründen Sie Ihre Antworten.

Name:	Aufgabe 6	

Berechnen Sie $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \ln(1 - x) - \exp(x)}{x^3}$.

NAME: AUFGABE 7

Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^e \left|x \ln\left(x^4\right)\right| \, dx.$



NAME: AUFGABE 8

Berechnen Sie $\displaystyle\int_{-2}^{2} \frac{4 - x^5}{4 + x^2} \, dx.$