

NAME:

AUFGABE 1

Sei $z = \frac{3+4i}{4-3i}$. Berechnen Sie:

- (i) $|z|$,
- (ii) $\text{Arg}(z)$ und
- (iii) z^4 .

NAME:

AUFGABE 2

- (i) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Wann heißt f differenzierbar in $x_0 \in \mathbb{R}$?
- (ii) Ist die Funktion $f(x) = |x - 2|^{4/3}$ differenzierbar in 2?

NAME:

AUFGABE 3

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} \log(1 + 2^n) \left(\frac{z}{2}\right)^n$?

NAME:

AUFGABE 4

Wir betrachten die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \pi - \arcsin(x).$$

(i) Welche Vorschrift gehört zu der Inversen von f ? Wählen Sie aus

(a) $f^{\text{inv}}(x) = \sin(x),$

(c) $f^{\text{inv}}(x) = \cos(x),$

(b) $f^{\text{inv}}(x) = -\sin(x),$

(d) $f^{\text{inv}}(x) = -\cos(x),$

und begründen Sie Ihre Antwort.

(ii) Geben Sie auch das Definitionsgebiet von f^{inv} an.

NAME:

AUFGABE 5

Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar. Wir nehmen außerdem an, dass g bijektiv ist und dass $g'(x) > 0$ für $x \in \mathbb{R}$. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$.

(i) Beweisen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass es $c \in (a, b)$ derart gibt, dass

$$\frac{f \circ g^{\text{inv}}(b) - f \circ g^{\text{inv}}(a)}{b - a} = \frac{f'(g^{\text{inv}}(c))}{g'(g^{\text{inv}}(c))}.$$

(ii) Beweisen Sie, dass es $c \in (a, b)$ derart gibt, dass

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

NAME:

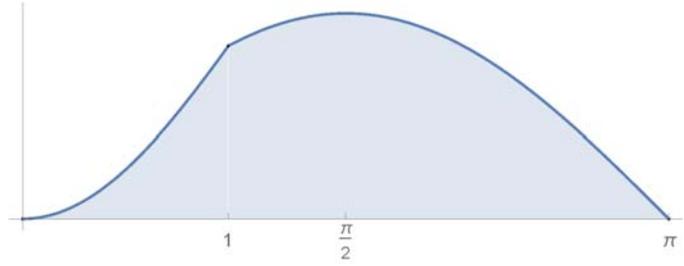
AUFGABE 6

Berechnen Sie $\lim_{x \downarrow 0} \frac{2 - x - 2 \cos(\sqrt{x})}{x \sin(x)}$.

NAME:

AUFGABE 7

Berechnen Sie $\int_0^\pi \min(1, x) \sin(x) dx$.



NAME:

AUFGABE 8

Berechnen Sie $\int_2^3 \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1} dx$. Hinweis: Partialbruchzerlegung.