Name:

Aufgabe 1

Berechnen Sie für $z = \frac{1}{2-i} + \frac{1}{1+2i}$:

(i) $\operatorname{Im}(z)$,

(ii) $|z|$.

Name: | Aufgabe 2

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, \\ x + x^2 \sin(1/x) & \text{für } x \neq 0. \end{cases}$$

(i) Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$ für $x \neq 0$.

(ii) Berechnen Sie die Ableitung $f'(0)$.

(iii) Ist f stetig differenzierbar?

Name:

Aufgabe 3

Wir setzen $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{1+\exp(n)} x^n$.

Berechnen Sie das größte $r \in \mathbb{R}$ derart, dass f differenzierbar ist auf dem Intervall $(-r, r)$.

Name:

Aufgabe 4

Beweisen Sie mit Hilfe der analytischen Definitionen von sin und cos, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$(\sin(x))^2 + (\cos(x))^2 = 1.$$

Name:

Aufgabe 5

(i) Beweisen oder wiederlegen Sie:

$$\tan(\arctan(x) - \pi) = x \text{ für alle } x \in \mathbb{R}.$$

(ii) Für welche y gilt, dass $\arctan(\tan(y - \pi)) = y$? Geben Sie alle solche $y \in \mathbb{R}$.

Name:

Aufgabe 6

(i) Berechnen Sie das Taylor-Polynom bei $x = 0$ von Ordnung 3 für die Funktion $f : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \ln(1 + x)$.

(ii) Berechnen Sie $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^3}$.

Name:

Aufgabe 7

Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass es für jedes Paar $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x < y$ ein $\xi \in (x, y)$ gibt mit

$$\frac{g(y) - g(x)}{e^y - e^x} = \frac{g'(\xi)}{e^\xi}.$$

Name:

Aufgabe 8

Die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$g(x) := \min(1, 2 - x).$$

Eine Skizze der Funktion steht rechts. Berechnen Sie

$$\int_0^3 g(x)dx.$$