

NAME:

AUFGABE 1

Berechnen Sie $\operatorname{Im}(z)$, $\operatorname{Arg}(z)$ und $|z|$ für

$$z = 2 \left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i} - \frac{1-i}{\sqrt{3}+i} \right).$$

NAME:

AUFGABE 2

Beschreiben und skizzieren Sie die Menge $A = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = |z|\}$.

NAME:

AUFGABE 3

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die $\frac{|x-1|}{x+1} > \frac{1}{3}$ gilt.

NAME:

AUFGABE 4

- (a) Geben Sie eine ε - δ -Definition für die Stetigkeit von $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an der Stelle $a \in \mathbb{R}$ an.
- (b) Beweisen Sie mithilfe der ε - δ -Definition, dass wenn $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf \mathbb{R} stetig sind, auch $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf \mathbb{R} stetig ist.

Hinweis: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

NAME:

AUFGABE 5

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty} (3 + 4i)^n \sin\left(\frac{1}{2}n\pi\right) z^n$?

NAME:

AUFGABE 6

Berechnen Sie: $\lim_{x \downarrow 0} \frac{1 - \cos(\sqrt{x})}{e^x - e^{-x}}$.

NAME:

AUFGABE 7

Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{1-x} - x$ ist invertierbar. Bestimmen Sie:

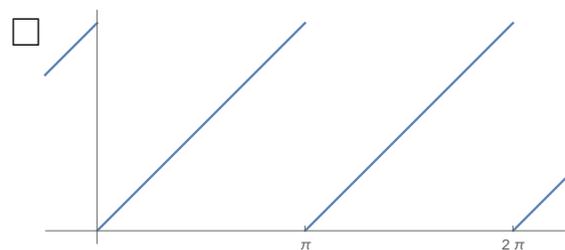
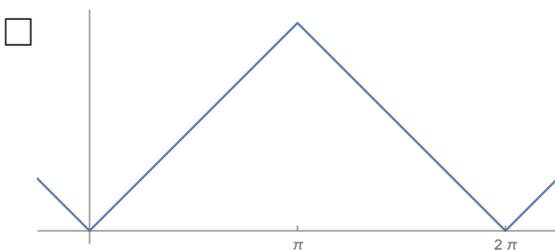
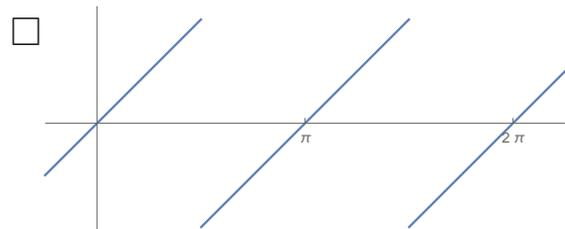
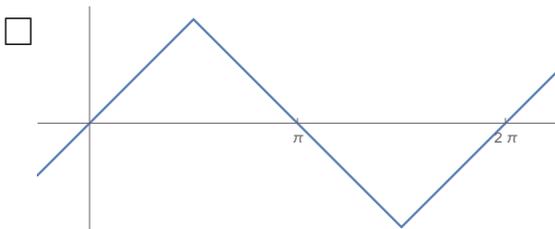
- (a) $f^{inv}(e)$,
- (b) $(f^{inv})'(e)$,
- (c) $(f^{inv})''(e)$.

NAME:

AUFGABE 8

Wir betrachten die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = \arccos(\cos(x))$.

- (a) Welche Skizze gehört zu dieser Funktion? Begründen Sie Ihre Auswahl.



- (b) Berechnen Sie $\int_0^{2\pi} g(x) dx$.

NAME:

AUFGABE 9

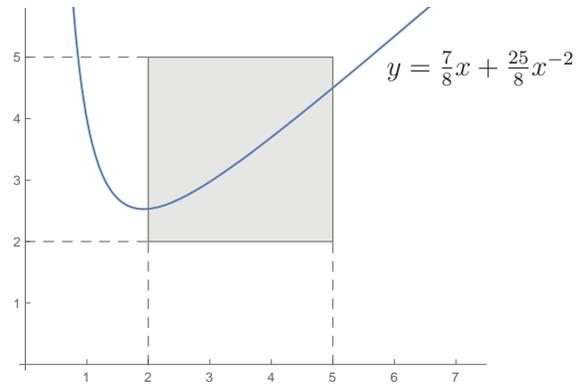
Wir definieren $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ durch

$$f(x) = \frac{7}{8}x + \frac{25}{8}x^{-2}$$

und die Folge $\{a_n\}_{n=0}^\infty \subset \mathbb{R}$ durch

$$\begin{cases} a_0 = 5 & \text{und} \\ a_{n+1} = f(a_n) & \text{für } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Die Funktion f hat genau ein Minimum in $x_{\min} < 2$ und es gilt $f([2, 5]) \subset [2, 5]$.



- (a) Zeigen Sie, dass die Folge $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ monoton fallend ist.
- (b) Begründen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ existiert.
- (c) Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

NAME:

AUFGABE 10

Berechnen Sie $\int_1^e x \ln(x) dx$.