

NAME:

AUFGABE 1

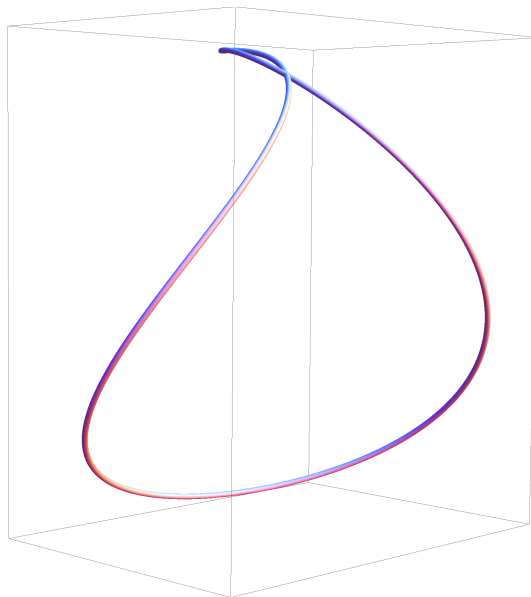
Berechnen Sie die Kurvenlänge von

$$x : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

definiert durch

$$x(t) = \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{3}{5}t\right) \sin(t) \\ \cos\left(\frac{3}{5}t\right) \sin(t) \\ \frac{4}{5} \cos(t) \end{pmatrix}.$$

Eine Skizze steht nebenan.



NAME:

AUFGABE 2

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$f(x, y) = 2(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 3(2x + y)^{28}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass $(1, -2)$ ein stationärer Punkt von f ist.
- (b) Hat f in $(1, -2)$ ein Minimum, Maximum oder Sattelpunkt?

NAME:

AUFGABE 3

(a) Wie definiert man „*offen*“ für Mengen in \mathbb{R}^n ?

(b) Wie definiert man „*abgeschlossen*“ für Mengen in \mathbb{R}^n ?

Sei $p_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die Projektion auf die erste Koordinate, das heißt $p_1(x_1, x_2) = x_1$.

(c) Folgt aus $A \subset \mathbb{R}^2$ offen, dass $p_1(A) \subset \mathbb{R}$ offen?

(d) Skizzieren Sie $B = \{(x, y) \in (-1, 1) \times \mathbb{R}; y \geq \frac{1}{1-x^2}\}$ und $p_1(B)$.

(e) Folgt aus $A \subset \mathbb{R}^2$ abgeschlossen, dass $p_1(A) \subset \mathbb{R}$ abgeschlossen?

NAME:

AUFGABE 4

Berechnen Sie die explizite Lösung von $y'(t) = \frac{5t^4 + 1}{5y(t)^4 + 1}$ mit $y(0) = 0$.

Hinweis: Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = x^5 + x$, ist bijektiv.

NAME:

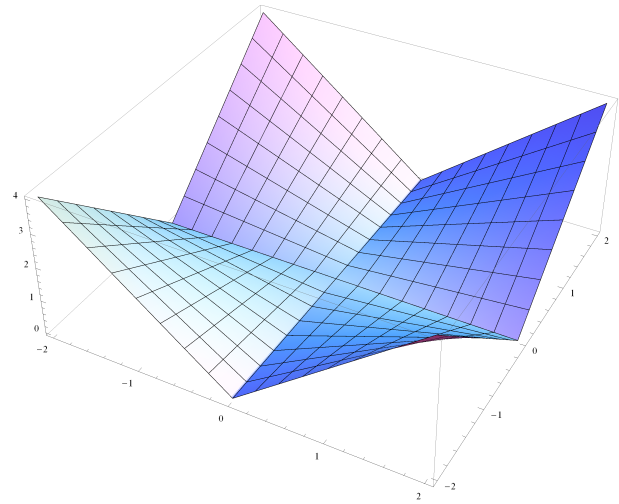
AUFGABE 5

Wir betrachten $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x, y) = |xy|.$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) f ist stetig auf \mathbb{R}^2 .
- (b) f ist partiell differenzierbar auf \mathbb{R}^2 .
- (c) f ist differenzierbar in $(0, 0)$.



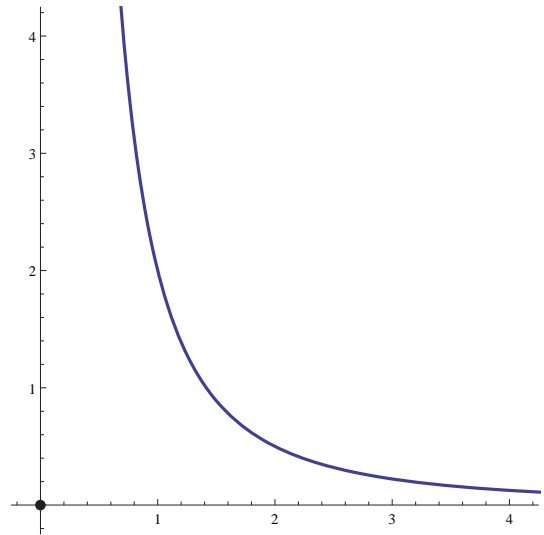
NAME:

AUFGABE 6

Welcher Punkt auf

$$\{(x, y); x^2y = 2 \text{ und } x > 0\}$$

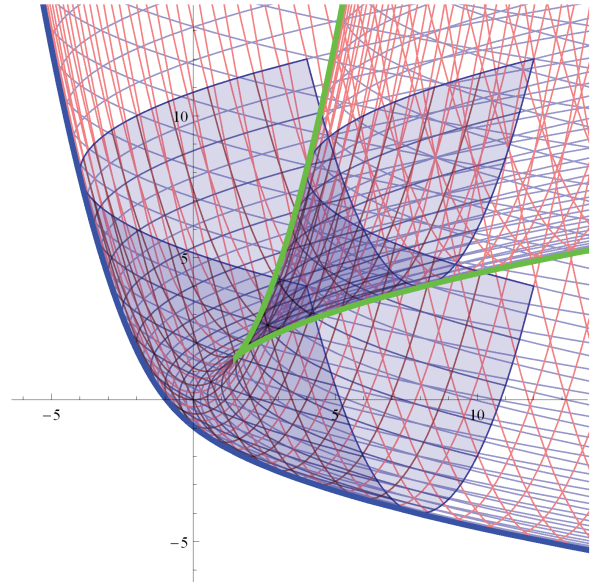
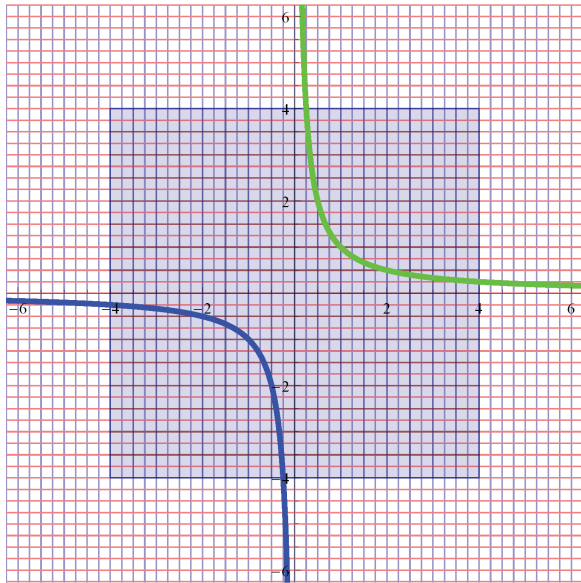
hat die kürzeste Entfernung zu $(0, 0)$?



NAME:

AUFGABE 7

Wir betrachten $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definiert durch $f(x, y) = (x + \frac{1}{2}y^2, y + \frac{1}{2}x^2)$. Diese Funktion ist lokal invertierbar mit Ausnahme zweier Kurven. Berechnen Sie diese Kurven. Eine Skizze steht unten.



NAME:

AUFGABE 8

Sei $D = \{(x, y) ; 0 \leq y \leq x \leq \sqrt{\pi}\}$. Berechnen Sie $\int_D \sin(x^2) d(x, y)$.