

Analysis 2

Übungsblatt 0

Dieses Übungsblatt ist unbepunktet, muss nicht abgegeben werden und wird in der zweiten Vorlesungswoche besprochen.

Aufgabe 1: Richtig oder falsch:

- (a) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx = -2$,
- (b) $\operatorname{Arg} \left(\frac{\pi + 4i}{3 - \pi i} \right) \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi \right)$,
- (c) $\left| \frac{2323232323 + 45454545i}{90909090 - 464646467i} \right| < \frac{1}{2}$.

Aufgabe 2: Zeigen Sie:

- (a) $\int_0^1 \ln(x) dx = -1$ (b) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2}\pi$

Aufgabe 3: Existiert $\int_0^1 \ln \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right) dx$ als uneigentliches Integral?

Aufgabe 4: Für welches $\alpha \in \mathbb{R}$ ist

- (a) $\int_0^\infty \frac{x^\alpha}{1+x^2} dx$ bzw. (b) $\int_0^\infty \frac{x^2}{1+x^\alpha} dx$

uneigentlich integrierbar?

Aufgabe 5: Zeigen Sie:

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$
- (b) $n \ln(n) + 1 \geq n$ für $n \in \mathbb{N}^+$
- (c) $\int_{x=1}^m \frac{1}{x^2 + x \ln(x) + 1} dx \leq \sum_{n=1}^{m-1} \frac{1}{n(n+1)}$ für $m \in \mathbb{N}^+$
- (d) $\int_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + x \ln(x) + 1} dx$ existiert als uneigentliches Integral.