



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
G. Fischer
Dr. M.C. Zimmermann

Convex Optimization

Winter Term 2020/21

— Fragen zur Vorbereitung auf eine mündliche Prüfung —

Die folgende Liste von Fragen soll die Vorbereitung auf eine mündliche Prüfung über die Vorlesung Convex Optimization (WS 2020/21) erleichtern. Diese Fragen sind natürlich nur eine Auswahl von möglichen Fragen. Oft sind es Fragen, die den Einstieg in ein Themengebiet ermöglichen sollen. In einem Prüfungsgespräch würden dann Fragen zu Details folgen. Im übrigen variieren die Fragen sehr in ihrem Schwierigkeitsgrad.

Week 1 – Introduction and convexity recap

Was ist eine konvexe Menge? Was ist eine konvexe Funktion? Wie beweist man die Ungleichung zwischen dem arithmetischen und geometrischen Mittel? Was ist eine Trennhyperebene? Wie beweist man, dass sich zwei konvexe Mengen, die disjunkt sind, mittels einer Trennhyperebene trennen lassen? Wieso ist jedes lokale Minimum eines konvexen Programms ein globales Minimum? Wie lautet das Theorem von Birkhoff und von Neumann? Wie beweist man es?

Week 2 - Conic optimization

Was ist ein ordentlicher konvexer Kegel? Können Sie Beispiele angeben? Wie sieht die Formel für das Duale eines polyedrischen Kegels aus? Wann heißt ein Kegel selbst-dual? Was ist das Duale eines konischen Programms? Wie lautet das Theorem der Alternativen? Wieso ist dabei der Begriff “schwach zulässig” bzw. “stark zulässig” wichtig? Wie lautet das Theorem zur Dualitätstheorie von konischen Programmen? Wie beweist man es?

Week 3 - The cone of positive semidefinite matrices

Können Sie beweisen, dass S_+^n selbst-dual ist? Können Sie Kriterien dafür angeben, dass eine Matrix positiv semidefinit ist? Können Sie den Kegel S_+^2 skizzieren? Wieso ist LP bzw. CQP ein Spezialfall von SDP? Wieso ist das Schur-Hadamard-Produkt zweier positiv semidefiniter Matrizen wieder positiv semidefinit?

Week 4 – Eigenvalue optimization and convex spectral functions

Wie kann man den maximalen Eigenwert einer symmetrischen Matrix mit der Hilfe eines SDPs bestimmen? Ist das zugehörige SDP strikt zulässig? Wie lautet das Theorem von Fan? Nennen Sie Anwendungen von Davis’ Charakterisierung von konvexen und spektralen Funktionen. Was ist das Schur-Horn-Orbitop? Wie wird das Schur-Horn-Orbitop im Beweis der Charakterisierung von Davis verwendet?

Week 5 – Optimization with ellipsoids

Was ist Determinantenmaximierung? Wie ist $(\mathcal{D}^{n+1})^*$ gegeben? Wie lautet die Optimalitätsbedingung? Warum ist das Loewner-John-Ellipsoid eindeutig bestimmt? Wie lauten hinreichende und notwendige Bedingungen dafür, dass $\mathcal{E}_{\text{out}}(P) = B_n$ gilt? Wie kann man die Qualität der Approximation messen?

Week 6 – The ellipsoid method

Was ist die geometrische Idee der Ellipsoidmethode? Wie kann man das Trennungsproblem für

den Kegel der positiv semidefiniten Matrizen lösen? Wie würden Sie die Ellipsoidmethode implementieren?

Week 7 – Approximating MAXCUT

Was ist ein quadratisches Programm? Können Sie Beispiele angeben? Was ist eine SDP-Relaxierung? Wie lautet die SDP-Relaxierung für MAXCUT? Können Sie das Theorem von Goemans und Williamson erläutern? Wie beweist man die Grothendieck-Identität? Was passiert im Rundungsschritt, wenn man anstatt der optimalen Lösung der SDP-Relaxierung die Einheitsmatrix verwendet?

Week 8 – Grothendieck inequalities

Was ist $\|A\|_{\infty \rightarrow 1}$? Was ist der Trick von Krivine? Wieso schaut man sich im Beweis einen unendlichen dimensionalen Hilbertraum an? Wie kann man randomisiertes Runden zur Herstellung einer Rang-Bedingung verwenden?

Week 9 – Graph coloring and independent sets

Wie ist $\vartheta(G)$ definiert? Wieso wird das Supremum angenommen? Wieso kann man $\vartheta(G)$ in polynomieller Zeit bestimmen? Wie lautet das Sandwich-Theorem von Lovász? Was ist die Shannon-Kapazität des Kreisgraphen C_5 ?

Week 10 – Packings on the sphere

Wie ist der Parameter $A(n, 2\gamma)$ definiert? Können Sie $\vartheta'(G(2, \pi/3))$ berechnen? Wieso gilt $\tau_8 = 240$? Können Sie das Theorem von Schoenberg erläutern? Wieso werden die Polynome P_k^n verwendet?